J. Aceh Phys. Soc., Vol. 9, No. 3 pp.65-71, 2020 *e-ISSN: 2355-8229*

Gravitasi Topologi Chern-Simons-Antoniadis-Savvidy Dimensi 2+1

Topological Gravity of Chern-Simons-Antoniadis-Savvidy in 2+1 *Dimensions*

Suhaivi Hamdan*, Defrianto, Erwin dan Saktioto
Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau

Received May, 2020, Accepted July, 2020
DOI: 10.24815/jacps.v9i3.16635

Pada artikel ini akan ditunjukan analisa dari perluasan *gauge invariant exact* dan *metric independent* untuk menkontruksi *lower-rank field-strength* tensor. Hasil ini akan digunakan untuk mengkontruski ulang Chern-Simons-Antoniadis-Savvidy formasi (2n+1) pada dimensi genap dengan menggunakan pendekatan diferensial geometri. Selanjutnya akan dianalisa bentuk topological gravitasi 2-dimensi yang merupakan perluasan dari teorema Chern-Weil yang telah dikembangkan oleh Izurieta-Munoz-Salgado. Hasil dari penelitian ini memperlihatkan bahwa aksi Lagrangian yang sama seperti pada topological gravitasi Chern-Simons forms pada dimensi (2n+1) invariant terhadap Poincare group SO(D−1,1)⨁ SO(D−1,2).

This article determine and analyess of the extended gauge invariant exact and metric independent to construct the lower-rank field-strength tensor. These results used to construct Chern-Simons-Antoniadis-Savvidy $(2n+1)$*-forms even dimensions using a differential geometry approach. This result analyzed* 2*-dimensional topological gravity forms that extended Chern-Weil theorem which has been developed by Izurieta-Munoz-Salgado. These results show similary topological gravity Lagrangian action of Chern-Simons forms* $(2n+1)$*-dimension invariant under Poincare group* $SO(D-1,1) \oplus SO(D-1,2)$.

Keywords: *Gauge theory, field-strength tensor, Chern-Weill theorem, Chern-Simons-Antoniadis-Savvidy forms, topological gravity*

Pendahuluan

Teori gravitasi terus menerus mengalami perkembangan sejak era Newton hingga sampai pada teori relativitas umum yang diformulasikan oleh Einstein. Teori relativitas umum merupakan teori gravitasi yang menjelaskan gravitasi sebagai kelengkungan ruang-waktu yang diperolah berdasarkan geometri Riemannian. Teori relativitas umum Einstein menjadi sangat penting dalam perkembangan sains modern karena teori ini mampu menjelaskan berbagai fenomena alam yang tidak bisa dijelaskan dengan menggunakan mekanika Newton. Banyak prediksi dari teori relativitas umum yang telah dikonfirmasi kebenaran secara eksperimen hingga sampai pada prediksi mengenai *black hole*. Teori Relativas umum terus mengalami perkembangan hingga pada tingkat matematika yang rumit. Deser et al, (1982) mengembang teori Chern-Simons untuk teori gravitasi dalam bentuk tiga dimensi yang merupakan modifikasi dari teori garvitasi aksi Einstein-Hilbert. Teori ini merupakan perluasan bentuk dari persamaan geometri Riemannian pada dimensi yang lebih tinggi (Jackiw dan Pi, 2003).

Shing-Shen Chern dan James Simons, (1974) dalam artikelnya "*Characteristic Forms and Geometric Invariants*" telah mengembangkan konsep untuk teori *gauge* non-abelian yang menunjukan koneksi Riemannian pada *curvature* tensor *A* yaitu $P_n(A) = P(A^n)$. Pada teori relativitas umum Einsein dinyatakan dalam kurva ruang waktu $ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu$ dimana $g_{\nu\nu}(x)$ adalah metrik tensor yang bergantung pada ruang waktu. Selanjutnya teori Chern-Simons menjelaskan setiap topologi pada 3-*manifold M* dengan *gauge* grup *G* yang menunjukkan prinsip bundel *G* pada *M* (Izaurieta dan Rodrigues, 2005. Izaurieta et al. 2007. 2009. 2015). Hubungan ini menjelaskan koneksi bundel dengan karakterisasi 1–*forms A* dapat dinyatakan dalam aljabar Lie g pada grup Lie *G* (Catalan et al, 2015). Pada kasus 1-forms

*corresponding Author: suhaivi@unri.ac.id

A berhubungan dengan transformasi gauge yang menyatakan turunan kovarian menunjukan koneksi 2-*forms* dengan curvature *forms*. Hal ini dapat disederhanakan dengan menggunakan teorema Chern-Weil untuk *curvature* secara umum pada manifold *M* yang merupakan langkah penting dalam karakteristik kelas dalam diferensial geometri .

Chamseddin telah menunjukkan sifat invarian dari topologi gravitasi dengan menujukan hubungan teori Chern-Simons dapat menjelaskan kuat medan tensor secara aljabar (Catalan et al, 2015. Chamseddin, 1974. 1989. 1989. Izaurieta dan Rodrigues, 2005. Izaurieta et al. 2007. 2009. 2015). Selanjutnya kuat medan tensor non-Abelian digunakkan untuk mengkontruksi bentuk topologi dari aksi Lagrangian dalam bentuk metrik independen (Catalan et al, 2015. Merino et al, 2010). Antoniadis dan Savvidy telah memperluaskan penggunaan transformasi gauge dengan pendekatan grup aljabar Lie dan membuktikan transformasi gauge memenuhi sifat invarian dari kuat medan tensor (Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2014. Savvidy, 2005. 2006. 2008. 2009 2010. 2011 2016. 2017). Pada penelitian sebelumnya analisa gravitasi dimensi-(2 + 1) telah ditunjukan sebagai generalisasi teori Chern-Simons *forms* atau supergravitasi (Achucarro dan Townsend, 1989. Govaerts et al, 2000. Koehler et al, 1990. Li, 1989. Masahito, 1992. Polychronakos, 1990. Zanelli, 2000). Pada penerapan transformasi *gauge* dengan pendekatan grup aljabar Lie menjunjukkan hubungan *topological invariant* terhadap ruang-waktu pada diemensi (2 + 1) (Catalan et al, 2015. Konitopoulos dan Savvidy, 2014. Merino et al, 2010). Selanjutnya dengan memperluas polinomial invarian pada *curvature forms* membuktikan hubuangan yang sama dengan Pontryagin-Chern *forms* pada teori *gauge* Yang-Mills (Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Catalan et al, 2015. Konitopoulos dan Savvidy, 2014. Merino et al, 2010).

Sistematika penulisan artikel ini menjelaskan sifat medan gauge pada tensor non-Abelian. Memperluas pengunaan teorema Chern-Weil dengan pendekatan metode differensial geometri. Selanjutkan akan dicoba mengkontruksi ulang Chern-Simons-Antoniadis-Savvidy *forms* (ChSAS *forms*) dengan menggunakan pendekatan diferensial geometri dengan mensubstitusikan seris *derivative*. Pada bagian akhir akan dianalisa bentuk invarian (2 + 1) dan topologikal gravitasi dari ChSAS *forms*.

Metodologi

Bentuk perluasan transformasi *gauge* dengan pendekatan kuat medan tensor non-abelian menunjukan hubungan yang memenuhi bentuk Pontryagin-Chern (Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Catalan et al, 2015. Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2014. Merino et al, 2010). Kemudian dengan menggunakan Lie aljabar 0-form hubungan terhadap potensial gauge dapat disederhanakan pada Pers. (1)

$$A_0 = A = A^{\alpha} T_{\alpha}. \tag{1}$$

Pers. (1) adalah sebuah bentuk skalar dari parameter gauge yang menunjukan bentuk simetri *trace* dengan generator T_{α} dari aljabar Lie (Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Catalan et al, 2015. Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2014). Kemudian dengan mengguna cara yang sama potensial *gauge* 1-*forms* dapat disederhanakan seperti pada Pers. (2)

$$A_1 = A_{\mu} \wedge dx^{\mu} = A^{\alpha}_{\mu} T_{\alpha} \wedge dx^{\mu}. \tag{2}$$

Pers. (2) dapat disederhanakan dalam bentuk medan potensial *gauge* dan *exterior derivative* seperti pada Pers. (3)

$$F_1 = dA \text{ dan } \delta F_1 = D(\delta A). \tag{3}$$

Pers. (3) menunjukan hubungan yang memenuhi identitas Bianchi pada Pers. (4)

$$\delta F_1 = 0. \tag{4}$$

Selanjutnya hubungan terhadap *curvature forms* dari transformasi *gauge* kuat medan tensor dapat disederhanakan seperti pada Pers. (5)

$$\delta F_1 = D(\delta A) \text{ dan } \delta F_1 = DA \tag{5}$$

Pers. (5) menujukkan bentuk *close invariant* yang mirip dengan teori tensor non-Abelian. Selanjutnya dengan memperluas bentuk *gauge* invarian dari bentuk metrik *independent invariant* dimensi-(2 + 1) maka perluasan teori gravitasi ChSAS mirip dengan Pontriyagin-Chern *forms* (Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Catalan et al, 2015. Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2014. Izaurieta dan Rodrigues, 2005. Izaurieta et al. 2007. 2009. 2015).

*corresponding Author: suhaivi@unri.ac.id

Georgiou dan Savvidy (2013) telah mengembangkan pendekatan menggunakan metode diferensial geometri yang akan digunakan pada teorema Chern-Weil dalam mengkontruksi bentuk ChSAS (2n + 1) (Catalan et al, 2015. Chamseddin, 1974. 1989. 1989. Izaurieta dan Rodrigues, 2005. Izaurieta et al. 2007. 2009. 2015). Selanjutnya hasil ini merupakan bentuk dari perluasan yang telah dilakukan oleh Chamseddin dalam menjelaskan *topolpgical* gravitasi (Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Catalan et al, 2015. Chamseddin, 1974. 1989. 1989. Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2014. Izaurieta dan Rodrigues, 2005. Izaurieta et al. 2007. 2009. 2015). Secara aljabar Lie hubungan *curvature* persamaan dapat digunakan untuk menyederhankan invarian (2 + 1) pada Pers. (6)

$$\Gamma_{2n+1} = Tr(F^n F_1), \tag{6}$$

dengan menggunakan hubungan F dan F_1 Pers. (6) dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}\Gamma_{2n+1} = Tr((dF + [A,F])F^{n-1}F_1 + \cdots + F^{n-1}(DF_1 \\ + [A,F]F_1 + F(DF_1 + [A,F_1]) \\ - [A,F]F^{n-1}F_1 - \cdots \\ - F^{n-1}[A,F]F_1) \\ = Tr(F^n(DF_1 + [A,F])) = 0.\end{aligned} \tag{7}$$

Selanjutnya dengan menggunakan lemma Poincare pada Pers. (7) maka hubungan potensial gauge terhadap kuat medan tensor dapat disederhanakan menjadi exterior diferensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\delta\Gamma_{2n+1} = Tr(D\delta AF^{n-1}F_1 + \cdots \\ + F^{n-1}D\delta AF_1 + F^n dF_1).\end{aligned} \tag{8}$$

Pada Ref. Bentuk ini memilik variasi medan yang berhubungan dengan Pers. (9)

$$\begin{aligned}dF &= \delta A, \\ \delta F &= dF + [A,F], \\ \delta F_1 &= F(\delta A_0) + \{A_0 \delta A\},\end{aligned} \tag{9}$$

Substitusikan Pers. (9) $A_0 = B$ sehingga dapat ditulis menjadi Pers. (10)

$$\delta F_1 = D(\delta B) + \{B, \delta A\}. \tag{10}$$

Dengan menggunakan Pers. (10) kemudian substitusikan kedalam Pers. (8) sehingga diperoleh seperti pada Pers. (11)

$$\begin{aligned}\delta\Gamma_{2n+1} &= \delta Tr(D\delta AF^{n-1}F_1 + D\delta AF^{n-1}F_1 + \cdots \\ &\quad F^{n-1}D\delta AF_1 + F^{n-1}\delta AF_1 \\ &\quad + F^n D(\delta A_1) - \delta ADF_1F^{n-1} \\ &\quad - \delta AFF^{n-2}DF_1 - \cdots - \delta AF^{n-1}DF_1) \\ &= dTr(\delta AF^{n-1}F_1 + \cdots \\ &\quad + F^{n-1}\delta AF_1 + F^n\delta A_0).\end{aligned} \tag{11}$$

Pers. (11) merupakan bentuk sederhana dari lemma Poincare yang merupakan hubungan *gauge* 0-*forms* terhadap 1-*forms*. Jika $\delta = (\partial/\partial t)\delta t,\ \delta A_t = \delta tA$ dan $\delta F_{1t} = \delta tF$, merupakan salah satu parameter dari potensial dalam interval t yaitu $0 \le t \le 1$ dimana Pers (11) dapat disederhanakan menjadi Pers (12)

$$\begin{aligned}\Gamma_{2n} = \int_0^1 dt(AF_t^{n-1}F_t + \cdots + F_t^{n-1}AF_t \\ + F^n B)\end{aligned} \tag{12}$$

Dari Pers. (12) dapat dinyatakan *2n-forms* dari Chern-Simons-Antoniadis-Savvidy forms seperti pada Pers. (13)

$$\Gamma_{2n+1} = (F^n F_1) = d\Gamma_{2n} ChSAS. \tag{13}$$

Pers. (13) juga dikenal dengan transgressi *forms* dari ChSAS *forms* yang mirip dengan Pontryagin-Chern *forms* yang berhubungan dengan (2*n* + 3) (Catalan et al, 2015. Izaurieta dan Rodrigues, 2005. Izaurieta et al. 2007. 2009. 2015). Hasil ini memperlihatkan hubungan *gauge invariant metric independet a close forms* yang menunjukkan kuat medan tensor memenuhi teori Yang-Mills. Misalkan $n = 1$ maka akan diperoleh aksi Lagrangian dari *gauge invariant* dari transformsi *gauge* yang secara umum memperlihatkan bentuk dimensi-2*n* seperti pada teori Chern-Simons *forms* (Catalan et al, 2015. Merino et al, 2010).

Hasil Penelitian

Pada bagian ini akan dicoba mengkontruksi ulang ChSAS *forms* dengan pendekatan diferensial geometri yang mengguna *gauge invariant* dari kuat medan tensor non-Abelian (Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Catalan et al, 2015. Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2014). Selanjutnya akan dianalisa bentuk *topological* gravittasi pada dimensi-2*n* berdasarkan pada *topolopgical* yang telah dikemukakan oleh Chamseddin, Antoniadis-Savvidy and Izaurieta-Munoz-Salgado (Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Catalan et al, 2015. Chamseddin, 1974. 1989.

*corresponding Author: suhaivi@unri.ac.id

1989. Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2014. Izaurieta dan Rodrigues, 2005. Izaurieta et al. 2007. 2009. 2015). Langkah awal adalah menggeneralisasi bentuk transgresi dari teorema Chern-Weil pada dimensi d = 3 yang menunjukkan dua hubungan *gauge* dari aljabar Lie seperti pada Pers. (14)

$$\Gamma_{2n+1} = (F^n F_1) = d\Gamma_{2n} ChSAS \tag{14}$$

Pers. (14) adalah pernyataan dari lemma Poincare yang menjelaskan hubungan secara lokal bentuk $2n$. Selanjutnya hubungan *curvature* 2-*forms* dan 1-*forms* memenuhi sifat dari identitas Bianchi seperti pada Pers. (15)

$$DF = 0, \text{ dan } DF_1 = [A, F_1] = 0. \tag{15}$$

Selanjutnya bentuk variasi dari Pers (14) dapat dinyatakan dalam bentuk *derivative* seperti pada Pers. (15)

$$\delta\Gamma_{2n+1} = dTr(\delta F F^{n-1} F_1 + \cdots + F^{n-1}\delta F F_1 + F^n \delta F_1) \tag{16}$$

Dengan cara yang sama yaitu dengan menggunakan *one-parameter family* dari potensial dan kuat medan pada interval *t* seperti pada Pers. (17) (Catalan et al, 2015. Georgiou dan Savvidy, 2013.Izaurieta et al, 2005. 2007. 2015. 2017).

$$\begin{gathered} 0 \leq t \leq 1, \\ A_t = At, \\ F_t = tF + (t^2 - t)A^2, \\ F_{1t} = tF_1 + (t^2 - t)(A, A_1) \end{gathered} \tag{17}$$

Sehingga Pers. (17) dapat disederhanakan menjadi Pers. (18)

$$\delta\Gamma(F^n F_{1t}) = dTr(\delta F_t F_t^{n-1} F_{1t} + \cdots + F_t^{n-1} \delta F F_{1t} + F_t^n \delta F_{1t}, \tag{18}$$

Selanjutnya dengan menyederhanakan bentuk variasi $\delta = \delta(\partial/\partial t)$ sehingga $\delta A_t = \delta t A$dan $A_{1t} = \delta t A_1$, Pers. (18) dapat ditulis dalam bentuk yang sederhana seperti pada Pers. (19)

$$\delta\Gamma(F_t^n F_1) = Trd\Gamma_{2n+1} ChSAS \tag{19}$$

Selanjutnya dengan menggunakan hubungan terhadap *curvature* yang menyatakan selisih antara $\Gamma^1_{2n+1} - \Gamma^0_{2n+1}$ seperti pada Pers. (20)

$$\begin{gathered} \Gamma^1_{2n+1} - \Gamma^0_{2n+1} = (F_t^n F_1) - (F_t^n F_0), \\ (F_t^{n1} F_1) - (F_t^n F_0) = d\Gamma(A_0^0 A_1^0 A_0^1 A_1^1), \end{gathered} \tag{20}$$

Pada ruas kanan Pers. (20) menunjukan hasil untuk kasus 0-*forms* dari kontruksi yang telah dikemukakan oleh Antoniadis-Savvidy dengan menggunakan hubungan *topological* gravitasi pada dimensi genap. Selanjutkan Catalán, Izaurieta, Salgado dan Salgado telah menujukan bukti yang telah ditemukan oleh Chamseddin pada (Catalan et al 2015. Chamseddin, 1974. 1989. 1989. Merino et al 2010). Pada bagian ini akan dicoba dengan pendekatan diferensial geometri yang telah dilakukan oleh Zumino, kemudian akan disubstitusikan dengan *derivative* berdasarkan pada kontruski Antoniadis-Savvidy seperti pada Pers. (21) Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014. Catalan et al, 2015. Chamseddin, 1974. 1989. 1989. Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2014. Izaurieta dan Rodrigues, 2005. Izaurieta et al. 2007. 2009. 2015. Zumino, 1984. 1986).

$$\Gamma_{2n} ChSAS = \int_0^t dt \frac{d}{dt}(F_t^n F_{1t}) \tag{21}$$

Dengan cara memsubstitusikan Pers. (16) dan (18) ke dalam Pers. (21) diperoleh Pers. (22)

$$\begin{gathered} \Gamma_{2n} ChSAS = \int_0^t dt\, (n(dF + [A, F]F_t^{n-1} F_{1t} \\ +(D(\delta A_1) + \{A_1 \delta A\})F_t^n) \\ \int_0^t dt\, (n(dF F_t^{n-1} F_{1t} + [A, F]F_t^{n-1} F_{1t}) \\ +F_t^n D(\delta A_1) + F_t^n \{A_0, \delta A\}). \end{gathered} \tag{22}$$

Selanjutnya akan diuraikan lagi bentuk terakhir dari Pers. (22) dengan menggunakan pendekatan yang telah dilakukan oleh Zumino, Chamsedddin Antoniadis dan Savvidy dengan cara ekspansi seperti pada Pers (23) (Georgiou dan Savvidy, 2013. Konitopoulos dan Savvidy, 2013. Antoniadis dan Savvidy, 2012. 2014).

$$F_t^n\{A_0, \delta A\} = \delta A[A_0, F]F^{n-1} + \delta A[A_0, F]F^{n-2} + \cdots + \delta A F^{n-1}[A_0, F] \tag{23}$$

Pers. (23) dapat disederhanakan menjadi Pers. (24)

**corresponding Author: suhaivi@unri.ac.id*

$$F_t^n\{A_0,\delta A\} = -\delta A F_{1t} F^{n-1} - \delta A D F_{1t} F^{n-2} - \cdots$$
$$-\delta F^{n-1} D F_{1t} \qquad (24)$$

Dari Pers. (22) dan Pers. (24) memperlihatkan hasil yang seperti pada Pers. (25)

$$\delta \Gamma_{2n} = \int_0^1 dt\,(n(dFF_t^{n-1}F_{1t} + [A,F]F_t^{n-1}F_{1t})$$
$$+F_t^n D(\delta A_0) - \delta A D F_{1t} F^{n-1} - \delta A D F_{1t} F^{n-2} - \cdots -$$
$$\delta A F^{n-1} D F_{1t} = \int_0^1 dt\,(\delta A F^{n-1} F_{1t} + \delta A_0 F_t^n) \quad (25)$$

Dimana Pers. (25) dapat disederhanakan dengan dalam bentuk variasi $\delta = \delta(\partial/\partial t)$ dan $\delta A_t = \delta t A$ $A_{1t} = \delta t A_1$, sehingga diperoleh hasil integral seperti pada Pers. (26)

$$\Gamma_2 = \int_0^t dt(AF_{1t} + A_0 F_t^n) = A_0 F \qquad (26)$$

Persamaan (26) menunjukan hasli *topological* gravitasi 2-dimensi. Secara umum Pers. (26) merupakan perluasan dari teorema Chein-Weil yang mana telah dikembangkan oleh Izurieta-Munoz-Salgado Ref (Catalan et al, 2015. Izaurieta et al, 2015. 2017). Metode pembuktian ini merupakan hasil dari perluasan yang telah dilakukan oleh Antoniadis-Savvidy berdasarkan pada prosedur teori Chern-Simons. Di sini secara jelas penerapan kuat medan tensor non-Abelian secara langsung dapat menunjukan *topological invariant* ChSAS *forms* berhubangan dengan bentuk transgresi *forms* dari teori gravitasi.

Kesimpulan

Di sini telah ditunjukkan kuat medan tensor non-abelian dapat menjelaskan medan *gauge invariant forms* (2*n*+1) atau *SO*(2*n*,1). Hasil ini memperlihatkan kontruksi yang memenuhi kondisi konsistensi Zumino dengan pendekatan manipulasi secara matematis. Hal ini juga memperlihatkan hasil yang sama dengan prosedur yang telah di kemukakan oleh Antoniadis-Savvidy dan Izaurieta-Munoz-Salgado (Catalan et al, 2015. Merino et al, 2010. Izaurieta et al, 2015. 2017). Persamaan (26) memperlihatkan aksi Lagrangian yang sama seperti pada *topological* gravitasi Chern-Simons *forms* pada dimensi-(2*n* + 1) *invariant* terhadap *Poincare group*. $SO(D-1,1) \oplus SO(D-1,2)$ (Borowiec et al, 2003, Catalan et al, 2015. Merino et al, 2010). Menurut hasil dalam Pers. (7), (11) dan (26) penulis juga menentukan hasil aksi gravitasi pada dimensi genap dengan sifat *invariant* seperti pada dimensi tinggi (Georgiou dan Savvidy, 2013). Di sini secara jelas ditunjukkan penerapan kuat medan tensor non-Abelian secara langsung membuktikan *invarint topological* ChSAS *forms* berhubangan dengan transgresi *forms* dari teori gravitasi pada teori Chern-Simons. Bentuk dimensi-2*n* merupakan *topological* gravitasi yang menjelaskan dinamika pada pada teori gravitasi Chern-Simons *forms* dimensi-(2*n*+1) pada syarat kondisi syarat yang ditentukan. Pers. (7), (11) dan (26) secara jelas menunjukkan analisa interpretasi secara diferensial geometri dari *gauge invariant* 2*n-forms*.

Referensi

Achucarro, A and Townsend, P. K. 1989. *Extended Supergravities in d = 2 + I as Chern-Simons Theories*. Physics Letters *B*. Vol. 229, No. 4: 383-387.

Antoniadis, Ignatius and Savvidy, George. 2012. *New Gauge Anomalies and Topological Invariants in Various Dimensions.* The European Physical Journal *C*. Vol. 72.

Antoniadis, Ignatius and Savvidy, George. 2014. *Extension of Chern Simons Forms and New Gauge Anomalies.* International Journal of Modern Physics A. Vol. 29, Nos. 3 & 4.

Aviles, L and Salgado, p. 2016. *Hamiltonian Analysis of Einstein-Chern-Simons Gravity*. Physics Letters B. Vol. 757: 454–461.

Bardeen, Willian A. 2016. *Spontaneous Breaking of Scale Invariance in U(N) Chern-Simons Gauge Theories in Three Dimensions*. Nuclear and Particle Physics Proceedings. 273-275: 1494-1498.

Borowiec, Andrej., Ferraris, Marco and Francaviglia, Mauro. 2003. *A Covariant Formalism For Chern–Simons Gravity*. Journal of Physics A: Mathematical and General. Vol. 36, No. 10.

Catalan, P., Izaurieta, F., Salgado, P and Salgado, S. 2015. *Topological Gravity and Chern-Simons Forms in d= 4*. Physics Letters B. Vol. 751: 205-208.

Chamseddine, A.H. 1989. *Topological Gauge Theory of Gravity in Five and All Odd Dimensions*. Physics Letters B. Vol. 233. Nos. 3,4: 291-294.

Chamseddine, A.H. 1990. *Topological Gravity and Supergravity in Various Dimensions.* Nuclear Physics B. Vol. 346. No. 1: 213-234.

Chamseddine, A.H. and Wyler, D. 1989. *Gauge Theory of Topological Gravity in 1 + 1*

*corresponding Author: suhaivi@unri.ac.id

Dimensions. Physics Letters B. Vol. 228. No. 1:75-78.

Deser, Stanley; Jackiw, Roman; Templeton, S. (1982). *Three-Dimensional Massive Gauge Theories*. Physical Review Letters. Vol. 48. 975–978.

Deser, S., Jackiw, R dan Templeton, S., 1982. *Topologically Massive Gauge Theories*, Annas of Physics. Vol. 140. Issue 2. Hal. 372-411.

Georgiou, G dan Savvidy, G. 2013. *Non-Abelian Tensor Gauge Fields and New Topological Invariants*. arXiv:1212.5228v3 [hep-th] 11 Jul 2013.
https://arxiv.org/pdf/1212.5228.pdf.

Govaerts, Jan and Deschepper, Bernadette. 2000. *The Physical Projector and Topological Quantum Field Theories: U(1) Chern–Simons Theory in 2 + 1 Dimensions*. Journal of Physics A: Mathematical and General. Vol. 33. No. 5: 1031-1053.

Hayashi, Masahito. 1992. *Classification of 2 + 1 Dimensional Chern-Simons Supergravity* Theories. Progress of Theoretical Physics. Vol. 88. No. 2: 403-429.

Jackiw, R. Dan Pi, S. –Y., 2003. *Chern-Simons Modification of General Relativity*, Physical Review D. Vol. 68. Issue 10. 104012.

Izaurieta, F dan Rodriguez, E., 2005. *On Transgression Forms and Chern-Simons (Super)gravity*. arXiv:hep-th/0512014v4 8.
https://inspirehep.net/literature/1326623.

Izaurieta, F., Rodriguez, E dan Salgado, P., 2007. *The Extended Cartan Homotopy Formula and a Subspace Separation Method for Chern-Simons Theory*, Letters in Mathematical Physics. Vol. 80. Issue 2. Hal. 127-138.

Izaurieta, F., Minning, P., Perez, A., Rodriguez, E dan Salgado, P., 2009. *Standard General Relativity from Chern–Simons Gravity*, Physics Letters B. Vol. 678. Issue 2. Hal. 213-217.

Izaurieta, F., Muñoz, I and Salgado, P. 2015. *A Chern-Simons Gravity Action in d = 4*. Physics Letters B. Vol. 750: 39-44.

Izaurieta, F., Salgado, P and Salgado, S. 2017. *Chern-Simons-Antoniadis-Savvidy Forms and Standard Supergravity*. Physics Letters B. Vol. 767: 360-365.

Koehler, K., Mansouri, F., Vas, Cenalo and Witten, L. 1991. *Extended supergravity: Chern-Simons Theories in 2 + 1 Dimensions*. Journal of Mathematical Physics. Vol. 32. No. 1: 239-246.

Konitopoulos, Spyros and Savvidy, George. 2014. *Extension of Chern-Simons Forms*. Journal Of Mathematical Physics. Vol. 55

Li, Miao. 1989. *N*=1,2 *Supergravities in 2 + 1 Dimensions as Chern-Simons Theories*. Il Nuovo Cimento. Vol. 103 B. No. 4: 447-454.

Merino, N., Perez, A and Salgado, P. 2009. *Even-Dimensional Topological Gravity from Chern-Simons Gravity*. Physics Letters B. Vol. 681: 85-88.

Merino, N., Perez, A., Salgado, P and Valdivia, O. 2010. *Topological Gravity from a Transgression Gauge Field Theory*. Physics Letters B. Vol. 693: 600-604.

Polychronakos, Alexios P. 1990. *Abelian Chern-Simons Theories in 2 + 1 Dimensions**. Annals of Physics. Vol. 203: 231-254.

Savvidy, G., 2005. *Non-Abelian Tensor Gauge Fields and Extended Current Algebra*. arXiv:hep-th/0510258v3.
https://arxiv.org/pdf/hep-th/0510258.pdf.

Savvidy, G., 2005. *Non-Abelian Tensor Gauge Fields Generalization of Yang-Mills Theory*, Physics Letters B. Vol. 625. Issues 3-4. Hal. 341-350.

Savvidy, G., 2006. *Non-Abelian Tensor Gauge Fields and Higher-Spin Extension of Standard Model*, Fortschritte der Physik: Progress of Physics. Vol. 54, No. 5–6. Hal. 472–486. 87

Savvidy, G., 2006. *Non-Abelian Tensor Gauge Fields I*, International Journal of Modern Physics A. Vol. 21. No. 23 dan 24. Hal. 4931-4957.

Savvidy, G., 2006. *Non-Abelian Tensor Gauge Fields II*, International Journal of Modern Physics A. Vol. 21. No. 23 dan 24. Hal. 4959- 4977.

Savvidy, G., 2008. *Interaction of Non-Abelian Tensor Gauge Fields*. arXiv:0804.2003v2 [hep-th].
https://arxiv.org/pdf/1711.08034.pdf.

Savvidy, G., 2009. *Connection Between Non-Abelian Tensor Gauge Fields and Open Strings*, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. Vol. 42. No. 6.

Savvidy, G., 2009. *Solution of Free Field Equations in Non-Abelian Tensor Gauge Field Theory*, Physics Letters B. Vol. 682. Issue 1. Hal. 143-149.

Savvidy, G., 2010. *Extension of the Poincare Group and Non-Abelian Tensor Gauge Fields*, International Journal of Modern Physics A. Vol. 25. No. 31. Hal. 5765-5785.

*corresponding Author: suhaivi@unri.ac.id

Savvidy, G., 2010. *Topological Mass Generation Four-Dimensional Gauge Theory*, Physics Letters B. Vol. 694. Issue 1. Hal. 65-73.

Savvidy, G., 2011. *Non-Abelian Tensor Gauge Fields*. Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. Vol. 272. Issue 1. Hal. 201-215.

Savvidy, G., 2016. *Generalization of the Yang Mills Theory*. International Journal of Modern Physics A. Vol. 31. No. 01. 1630003.

Savvidy, G., 2017. *Interaction of Non-Abelian Tensor Gauge Fields*. Physics Letters B. Vol. 776. Hal. 440-446.

Zanelli, Jorge. 2000. *Chern-Simons Gravity: from 2 + 1 to 2n + 1 Dimensions*. Brazilian Journal of Physics. Vol. 32. No. 2.

Zumino, B., Yong-Shi, W dan Zee, A. 1984. Chiral Anomalies, *Higher Dimensions, and Differential Geometry*, Nuclear Physics B. Vol. 239. Issue 2. Hal. 477-507. 89.

Zumino, B., 1986. *Gravity Theories in more than Four Dimensions*, Physics Reports (Review Section of Physics Letters). Vol. 137. Issue. 1. Hal. 109.

**corresponding Author: suhaivi@unri.ac.id*